

Tentamen Inleiding Sterrenkunde

(8.4.2011, 9:00 – 12:00)

Instructies:

Schrijf op ieder bladzijde dat je inlevert je naam en studentnummer.

Schrijf met een duidelijk handschrift!

Lees voordat je begint alle vragen zorgvuldig door.

Controleer je antwoorden zo ver mogelijk.

1. Licht toe welke grootheden van een ster we alleen uit zijn positie in een gecalibreerde (absolute helderheid) kleur-magnituden diagram kunnen afleiden? (6 punten)
2. We nemen de zwarte lichaam straling van twee sterren waar. De eerste heeft zijn maximum op een golengte van 350 nm en heeft een absolute helderheid van $M = 2.8$, de tweede heeft het maximum op een golengte van 880 nm en heeft een absolute helderheid van $M = 8.9$. Wat zijn de temperaturen van deze twee sterren en hun spectraaltype (geen subtypes nodig)? (5 punten)
3. Bepaal de relatie tussen de flux van een zwarte straler uitgezonden per golflengteinterval en per frequentieinterval, $I(\lambda, T)$ en $I(\nu, T)$. (4 punten)
4. We nemen een A0V ster waar met twee filters en meten schijnbare helderheden van $m_V = 15$ en $m_B = 17$. Neem aan dat de extinctie door interstellair materie met $R = 3.1$ veroorzaakt wordt.
 - (a) Bereken de extinctie tussen ons en de ster en zijn afstand. (5 punten)
 - (b) Laat zien dat de verandering in schijnbare helderheid (in magnitudes) veroorzaakt door extinctie ongeveer gelijk is aan de optische diepte langs de zichtlijn. (3 punten)
5. Waterstof in interstellair wolken is vooral in vorm van neutrale atomaire waterstof H I. We kunnen H I waarnemen met de 21 cm lijn. Leg in je eigen woorden de fysikalische processen uit die de 21 cm lijn emissie veroorzaakt. Maak een schets voor illustratie. (5 punten)
6. Wat kunnen we uit de waarnemingen van de 21 cm lijn van atomaire waterstof afleiden? Geef twee voorbeelden en licht heel kort de methodes toe. (6 punten)
7. Stel dat we een moleculaire wolk (waterstof volledig in H_2) met een diameter van 5 pc, met een massa van 200 zonsmassa en met een temperatuur van 15 K hebben. Hoe groot is de Jeans lengte en zou de wolk ineenstorten? (6 punten)
8. Van de sterren die we in het centrale deel van de Melkweg waarnemen, meten we snelheden. Deze sterren blijken met hoge snelheden rondom een centrale massa, Sagittarius A* , te bewegen. Op 0.04 pc van deze massa zijn de baansnelheden ~ 500 km/s. Je mag hier uitgaan van cirkelbanen.
 - (a) Hoe groot zijn de baansnelheden op 0.01 pc? (2 punten)
 - (b) Eén van de meest centraal gelegen sterren, genaamd S2, heeft een periode van 15.2 jaar. Hoe ver van Sagittarius A* ligt S2? (2 punten)
 - (c) Bereken de massa M van het centrale object. (2 punten)
9. Licht drie criteria toe die je zou gebruiken om spiraalstelsels te classificeren. Maak hiervoor een sketch van de volledige Hubble classificatie diagram ("tuning fork diagram"). (7 punten)

10. Voor sommige clusters van sterrenstelsels is de straal van de cluster 500 kpc en de gemiddelde radiale snelheden zijn 300 km/s. Maak een afchatting van hun massa. (*4 punten*)
11. In ons zonnestelsel staat Venus het op-één-na dichtstbij de zon en heeft een massa van 0.815 keer die van de Aarde. Stel dat we alleen de afstand Aarde-Zon weten ($1 \text{ AU} = 1.496 \times 10^{11} \text{ m}$) en we doen een experiment om de afstand tot Venus te bepalen. In het experiment observeren we Venus tijdens haar grootste elongatie en we vinden een hoek van 46° . Wat is de afstand Venus-Zon en hoe lang duurt een Venus-jaar in vergelijking met een Aarde-jaar? (*3 punten*)

Radiation from a black body of temperature T at the wavelength λ or frequency ν :

$$I(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/(\lambda kT)} - 1} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-1} \quad (1)$$

$$I(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1} \quad (2)$$

Relation between wavelength shift $\Delta\lambda$, rest wavelength λ_0 and radial velocity v_r

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v_r}{c} \quad (v_r \ll c) \quad (3)$$

Wien's displacement law:

$$\lambda_{\max} T = 0.29 \text{ cm K} \quad (4)$$

Luminosity of a star with radius R

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 \quad (5)$$

Relation between optical depth τ , volume density n , length l and absorption coefficient σ

$$\tau_\lambda = nl\sigma_\lambda \quad (6)$$

Radiative transfer for pure absorption

$$I = I_0 e^{-\tau} \quad (7)$$

Boltzmann formula for a gas of temperature T

$$\frac{n_j}{n_i} = \frac{g_j}{g_i} e^{-(E_j - E_i)/(kT)} \quad (8)$$

Saha equation for a gas with kinetic temperature T (assuming most of each species is in the ground electronic state)

$$\frac{n_e n(X_{r+1})}{n(X_r)} = \frac{2g_{r+1}}{g_r} \left(\frac{2\pi m k T}{h^2} \right)^{3/2} e^{-E_{\text{ion}}/(kT)} \quad (9)$$

Ideal gas law relating pressure P , particle density n and temperature T

$$P = nkT \quad (10)$$

Mean velocity of particles with a mass m in a gas of temperature T

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad (11)$$

De Broglie wavelength of a quanton and energy of a photon with a frequency f

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad E = hf \quad (12)$$

Energy levels of the hydrogen atom (main quantum number n , Bohr radius a_0)

$$E_n = -\frac{K_e e^2}{2a_0 n^2} \quad (13)$$

Gravitational Force

$$F = \frac{GMm}{r^2} \quad (14)$$

Centrifugal force

$$F = \frac{mv^2}{r} \quad (15)$$

Gravitational potential energy of a sphere with radius R and mass M

$$U = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} \quad (16)$$

Coulomb forces between two charged particles with charges Z_1 and Z_2 and a distance r

$$F = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \quad (17)$$

Kepler's third law (orbital period P , semi-major axis a)

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \quad (18)$$

Mass-Period relation for binaries of masses m_1 and m_2 in circular orbits with a distance $R = r_1 + r_2$

$$4\pi^2 R^3 / G = (m_1 + m_2) P^2 \quad (19)$$

Period in a circular orbit (speed v)

$$P = 2\pi r / v \quad (20)$$

Parallax and distance (rad - radians; " - arcseconds)

$$p(\text{rad}) = \frac{1\text{AU}}{d} \quad d(\text{pc}) = \frac{1}{p(")} \quad (21)$$

Relation between apparent magnitude difference of two stars and their brightness ratio

$$m_2 - m_1 = 2.5 \log_{10} \left(\frac{b_1}{b_2} \right) \quad (22)$$

Distance modulus

$$(m - M) = 5 \log_{10}(d/10 \text{ pc}) \quad (23)$$

Ratio of total-to-selective extinction (A_V extinction in the V filter)

$$R = \frac{A_V}{A_B - A_V} \quad (24)$$

Continuity equation with mass density $\rho(r)$

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \quad (25)$$

Pressure P in hydrostatic equilibrium

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2} \rho(r) \quad (26)$$

Radiative energy transport with an absorption coefficient per unit mass κ'

$$\frac{dT}{dr} = \frac{\kappa'(r)\rho(r)}{16\pi r^2 \sigma T(r)^3} L(r) \quad (27)$$

Energy generation (ϵ is the energy generated per unit mass)

$$\frac{dL}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \epsilon(r) \quad (28)$$

Jeans length and Jeans mass of a cloud with density ρ

$$R_J = \sqrt{\frac{kT}{Gm\rho}} \quad M_J = 4 \left(\frac{kT}{GM} \right)^{3/2} \rho^{-1/2} \quad (29)$$

Free-fall timescale for collapse of a cloud with density ρ

$$t_{\text{ff}} = \sqrt{\frac{1}{G\rho}} \quad (30)$$

Kelvin Helmholtz timescale

$$t_{\text{KH}} = \frac{U}{L} \quad (31)$$

Virial theorem (relation between potential and kinetic energy)

$$\frac{1}{2}U = E_{\text{kin}} \quad (32)$$

Radial mass distribution in a galaxy (orbital frequency $\Omega(r)$)

$$M(r) = \frac{\Omega^2(r)r^3}{G} \quad (33)$$

Surface brightness profile of an elliptical galaxy (effective radius r_e)

$$\mu(r) = \mu_e + 8.3268 \left[\exp\left(\frac{r}{r_e}\right)^{1/4} - 1 \right] \quad (34)$$

Surface brightness profile of a spiral galaxy (scale height h)

$$\mu(r) = \mu_0 + 1.09 \left(\frac{r}{h} \right) \quad (35)$$

Hubbles law (Hubble constant H_0)

$$v = H_0 d \quad (36)$$

Properties of main sequence stars:

Spectral type	M_V	B-V	T(K)	M_{BOL}	M/M_{\odot}	R/R_{\odot}	L/L_{\odot}
O5	-6	-0.45	35000	-10.6	39.8	17.8	3.2×10^5
B0	-3.7	-0.31	21000	-6.7	17.0	7.6	1.3×10^4
B5	-0.9	-0.17	13500	-2.5	7.1	4.0	6.3×10^2
A0	+0.7	0.0	9700	0.0	3.6	2.6	7.9×10^1
A5	+2.0	+0.16	8100	+1.7	2.2	1.8	2.0×10^1
F0	+2.8	+0.30	7200	+2.7	1.8	1.4	6.3
F5	+3.8	+0.45	6500	+3.8	1.4	1.2	2.5
G0	+4.6	+0.57	6000	+4.6	1.1	1.05	1.3
G5	+5.2	+0.70	5400	+5.1	0.9	0.93	7.9×10^{-1}
K0	+6.0	+0.54	4700	+5.8	0.8	0.85	4.0×10^{-1}
K5	+7.4	+1.11	4000	+6.8	0.7	0.74	1.6×10^{-1}
M0	+8.9	+1.39	3300	+7.6	0.5	0.63	6.3×10^{-2}
M5	+12.0	+1.61	2600	+9.8	0.2	0.32	7.9×10^{-3}

Symbol	Description	SI	cgs
c	Speed of light	$2.99792458 \cdot 10^8$ m/s	$2.99792458 \cdot 10^{10}$ cm/s
h	Planck's constant	$6.62606876 \cdot 10^{-34}$ J s	$6.62606876 \cdot 10^{-27}$ erg s
G	Gravitational constant	$6.673 \cdot 10^{-11}$ N m ² /kg ²	$6.673 \cdot 10^{-8}$ dyn cm ² /g ²
N_a	Avogadro's constant	$6.02214199 \cdot 10^{23}$ mol ⁻¹	$6.02214199 \cdot 10^{23}$ mol ⁻¹
R	Gas constant	8.3145 J mol ⁻¹ K ⁻¹	$8.3145 \cdot 10^7$ erg mol ⁻¹ K ⁻¹
m_e	Electron rest mass	$9.10938188 \cdot 10^{-31}$ kg	$9.10938188 \cdot 10^{-28}$ g
m_p	Proton rest mass	$1.67262158 \cdot 10^{-27}$ kg	$1.67262158 \cdot 10^{-24}$ g
m_n	Neutron rest mass	$1.67492716 \cdot 10^{-27}$ kg	$1.67492716 \cdot 10^{-24}$ g
m_u	Atomic mass unit	$1.66053873 \cdot 10^{-27}$ kg	$1.66053873 \cdot 10^{-24}$ g
m_H	Mass hydrogen atom	$1.00794 m_u$	
m_{He}	Mass helium atom	$4.0026 m_u$	
α	Fine structure const	$7.297352533 \cdot 10^{-3}$	$7.297352533 \cdot 10^{-3}$
k	Boltzmann's constant	$1.3806503 \cdot 10^{-23}$ J/K	$1.3806503 \cdot 10^{-16}$ erg/K
σ_{SB}	Stefan-Boltzman const	$5.6703 \cdot 10^{-8}$ W/m ² K ⁴	$5.6703 \cdot 10^{-5}$ erg/cm ² K ⁴
arcmin	Arcminute	$2.908882087 \cdot 10^{-4}$ rad	$2.908882087 \cdot 10^{-4}$ rad
arcsec	Arcsecond	$4.848136812 \cdot 10^{-6}$ rad	$4.848136812 \cdot 10^{-6}$ rad
ly	Lightyear	$9.460536207 \cdot 10^{15}$ m	$9.460536207 \cdot 10^{17}$ cm
pc	Parsec	$3.085677582 \cdot 10^{16}$ m	$3.085677582 \cdot 10^{18}$ cm
AU	Astronomical unit	$1.49597870691 \cdot 10^{11}$ m	$1.49597870691 \cdot 10^{13}$ cm
L_\odot	Solar Luminosity	$3.82 \cdot 10^{26}$ J/s	$3.82 \cdot 10^{33}$ erg/s
M_\odot	Solar Mass	$1.989 \cdot 10^{30}$ kg	$1.989 \cdot 10^{33}$ g
R_\odot	Solar radius	$6.96 \cdot 10^8$ m	$6.96 \cdot 10^{10}$ cm
M_\oplus	Earth Mass	$5.976 \cdot 10^{24}$ kg	$5.976 \cdot 10^{27}$ g
R_\oplus	Earth radius	$6.378 \cdot 10^6$ m	$6.378 \cdot 10^8$ cm
g_\oplus	Earth acceleration	9.80665 m/s ²	$9.80665 \cdot 10^2$ cm/s ²
M_{moon}	Moon mass	$7.35 \cdot 10^{22}$ kg	$7.35 \cdot 10^{25}$ g
M_{Jup}	Jupiter mass	$1.8986 \cdot 10^{27}$ kg	$1.8986 \cdot 10^{30}$ g
Jy	Jansky	$1 \cdot 10^{-26}$ J/m ² s Hz	$1 \cdot 10^{-23}$ erg/cm ² s Hz
erg		10^{-7} J	1 cm ² g s ⁻²
eV		$1.6022 \cdot 10^{-19}$ J	
dyn		10^{-5} N	1 g cm/s ²